

Работа 5.6

Построение графиков функций

Задание 1

Постройте в декартовой системе координат график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Предусмотрите отдельные ячейки для ввода исходных данных: коэффициентов и свободного члена в формуле функции, отрезка построения графика (заданного начальным $x_{\text{нач}}$ и конечным $x_{\text{кон}}$ значениями аргумента), количества точек построения k .

Шаг изменения аргумента h вычислите по формуле: $h = \frac{x_{\text{кон}} - x_{\text{нач}}}{k - 1}$.

Внимание! Для построения графиков в декартовой системе координат используйте **Мастер диаграмм** (тип диаграммы — **Точечная с гладкими кривыми**).

Дополнительное задание

Автоматизируйте процесс ввода, добавив на лист интерактивные элементы управления — полосы прокрутки для выбора значений a , b и c из заданного диапазона (например, целые числа от -10 до 10 , исключая значение 0 для параметра a).

Примерный вид структуры и оформления листа представлен на рис. 5.20.

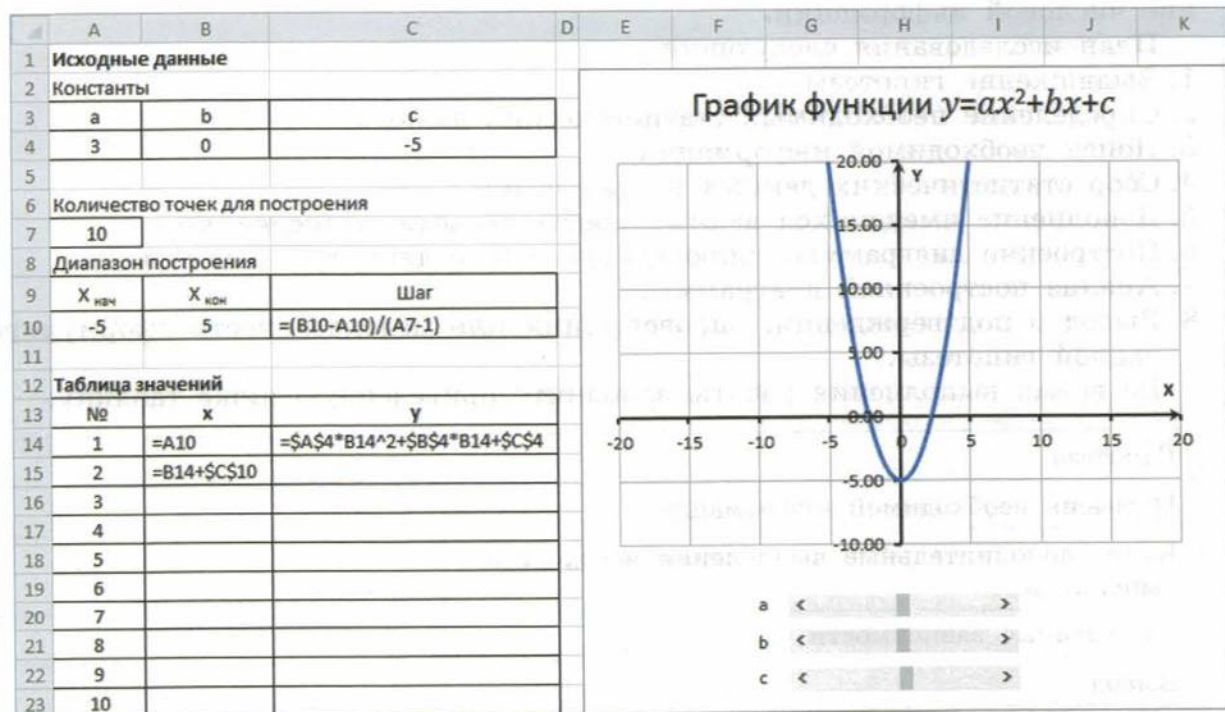


Рис. 5.20. Вид листа

1. Внесите в таблицу исходные данные: заголовки и значения коэффициентов a , b и свободного члена c , диапазон значений аргумента $[x_{\text{нач}}; x_{\text{кон}}]$, количество точек построения.
2. В ячейку C10 введите формулу для вычисления шага построения:
 =(B10-A10)/(A7-1) .
3. Заполните таблицу значений:
 - 1) для заполнения ячеек диапазона A14:A23 в ячейку A14 введите начальное значение номера и воспользуйтесь специальным инструментом автозаполнения **Главная** → **Заполнить** → **Прогрессия** (рис. 5.21);

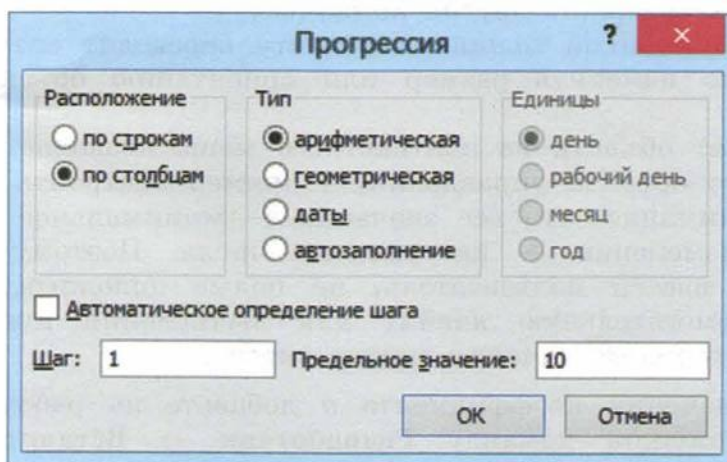


Рис. 5.21. Прогрессия

- 2) в ячейку B14 введите формулу =A10 (ссылка на начальное значение аргумента x);
 - 3) в ячейку B15 введите формулу с использованием относительной и абсолютной ссылок $\text{=B14+}\$C\10 (вычисление следующих значений x с учётом выбранного шага);
 - 4) скопируйте формулу из ячейки B15 в диапазон ячеек B16:B23;
 - 5) в ячейку C14 введите формулу $\text{=}\$A\$4*\text{B14}^2+\$B\$4*\text{B14}+\$C\4 (вычисление значения функции $y = ax^2 + bx + c$ по соответствующему значению x);
 - 6) скопируйте формулу из ячейки C14 в диапазон ячеек C15:C23.
4. По таблице значений (диапазон ячеек B13:C23) постройте точечную диаграмму с гладкими кривыми.
5. Настройте область построения, чтобы график смотрелся красиво: добавьте заголовок, выберите масштаб по оси абсцисс и по оси ординат, настройте сетку и т. п.

Примечание. Самые распространённые команды для работы с выбранным объектом находятся в контекстном меню. Например, чтобы изменить ось Ox , надо щёлкнуть по ней правой кнопкой мыши, выбрать команду **Формат оси** и внести необходимые изменения. Все команды собраны на ленте на вкладке **Работа с диаграммами**.

Рекомендации по выполнению дополнительного задания

В Microsoft Excel интерактивные элементы доступны на вкладке **Разработчик**. По умолчанию вкладка **Разработчик** не отображается, поэтому она может отсутствовать на ленте. В справочном разделе найдите инструкцию об отображении вкладки. (Для Microsoft Excel 2010: **Файл** → **Параметры** → **Настроить ленту** → раздел **Настройка ленты** → список **Основные вкладки** → флажок **Разработчик**.)

Чтобы добавить элемент управления, надо на вкладке **Разработчик** в разделе **Элементы управления** в выпадающем списке **Вставить** выбрать объект управления из подраздела **Элементы управления формы**. (Важно! Подраздел **Элементы ActiveX** содержит другие команды.)

Щелчок правой кнопкой мыши по объекту переводит его в режим редактирования (можно изменить размер или ориентацию объекта, переместить его).

Команда **Формат объекта** из контекстного меню позволяет изменить параметры выбранного объекта управления, например настроить диапазон значений. Обратите внимание, что все значения — минимальное и максимальное значения, шаг изменения — натуральные числа. Поэтому если значения, которые должен ввести пользователь, не целые положительные числа, то используйте вспомогательную ячейку для вычисления нужного значения. В дальнейшем содержимое ячейки можно скрыть.

6. Для выбора значений коэффициента a добавьте на рабочий лист полосу прокрутки, выполнив команду **Разработчик** → **Вставить** → **Элементы управления формы**: **Полоса прокрутки** (рис. 5.22).

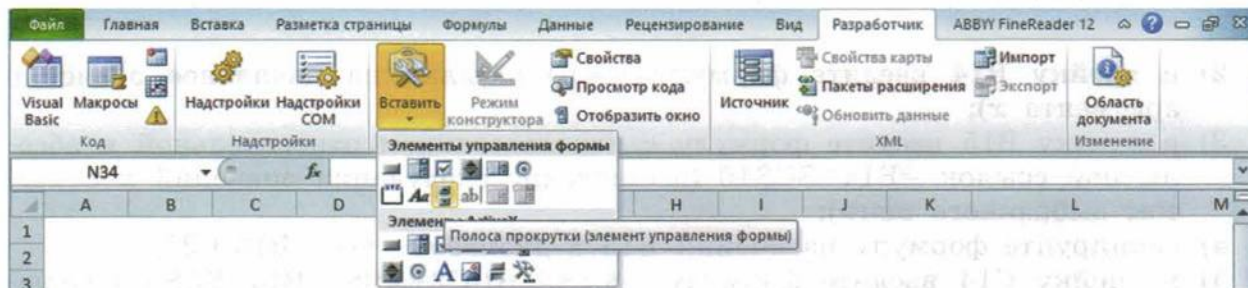


Рис. 5.22. Добавление полосы прокрутки

7. Подберите размер и расположение объекта на листе.

8. Измените диапазон значений полосы прокрутки так, чтобы с её помощью для коэффициента a можно было выбрать любое целое число из диапазона $[-10; 10]$:

- щёлкните правой кнопкой мыши по полосе прокрутки и выберите из контекстного меню команду **Формат объекта** (рис. 5.23);
- так как минимальное значение, максимальное значение и шаг изменения — натуральные числа, то данный элемент надо связать не с ячейкой A4, а с некоторой промежуточной ячейкой, например с A5; для выбранного диапазона максимальное значение для полосы прокрутки будет равно 20.

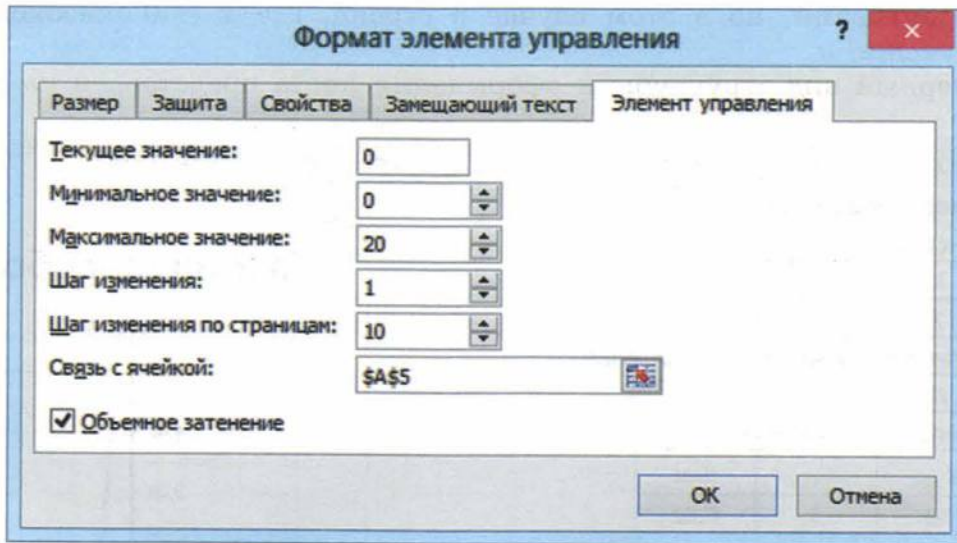


Рис. 5.23. Формат элемента управления

9. Аналогично добавьте полосу прокрутки для выбора значений b и c из диапазона $[-10; 10]$.
10. Запишите формулы для перевода значений полосы прокрутки в значения коэффициентов с учётом того, что для коэффициента a необходимо исключить возможность выбора нулевого значения (при $a = 0$ кривая перестаёт быть кривой второго порядка):
 - в ячейку A4 запишите формулу $=\text{ЕСЛИ}(\text{A5}=10;1;-10+\text{A5})$;
 - в ячейку B4 запишите формулу $=-10+\text{B5}$;
 - в ячейку C4 запишите формулу $=-10+\text{C5}$.
11. Скройте пятую строку таблицы (выделите строку целиком и выберите из контекстного меню команду **Скрыть**).
12. Протестируйте объекты управления.
13. Подумайте, как надо изменить настройки полосы прокрутки и формулы, чтобы у пользователя появилась возможность выбирать для коэффициентов и свободного члена не только целые числа, но и десятичные дроби с точностью до десятых (сотых).
14. Сохраните результат работы в личной папке в файле **Graph.xlsx**.

Задание 2

На свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке, постройте график функции $y = \frac{k}{x} + a$, $k \neq 0$, на интервале $[x_{\text{нач}}; x_{\text{кон}}]$.

Обратите внимание! Областью определения функции являются интервалы $(-\infty; 0)$ и $(0; \infty)$, поэтому для построения графика рекомендуем создать две таблицы значений. По данным из одной таблицы постройте одну ветвь графика, после чего добавьте данные из второй таблицы с помощью команды **Работа с диаграммами** → **Конструктор** → **Выбрать данные** → **Добавить элементы легенды (ряды)**. Возможен вариант построения графика по одной

таблице значений, но в этом случае в строке, где $x = 0$, необходимо удалить значение y .

Примерный вид структуры и оформления листа представлен на рис. 5.24.

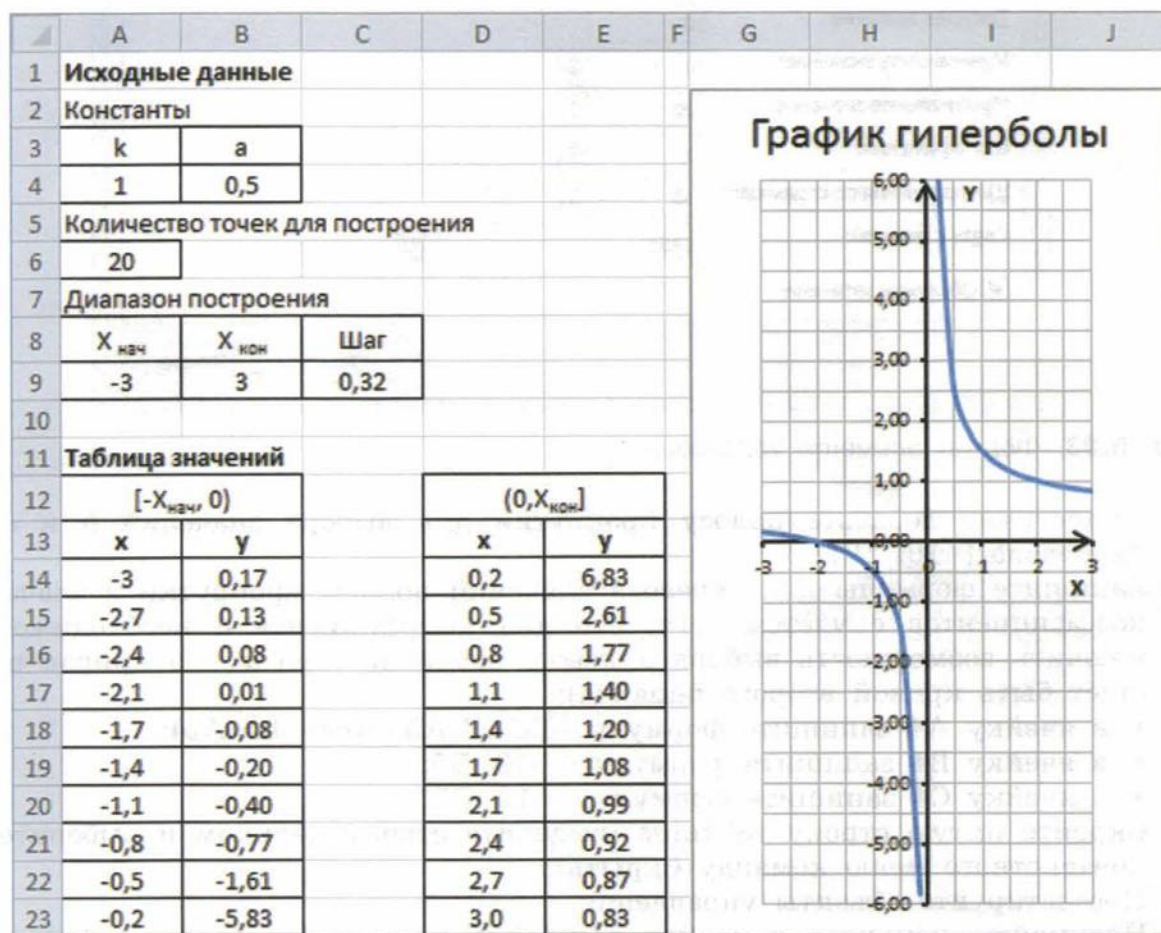


Рис. 5.24. Вид листа

Дополнительное задание

Автоматизируйте процесс ввода данных, добавив на лист интерактивные элементы управления — счётчики — для выбора значений параметров a и k из заданного диапазона.

Сохраните результат работы.

Задание 3

Решите графически уравнение $ax^2 + bx + c = \frac{k}{x} + a$.

Решение оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.

Обратите внимание! Необходимо построить оба графика в одной области и определить приблизительные значения x , при которых графики пересекаются (рис. 5.25).

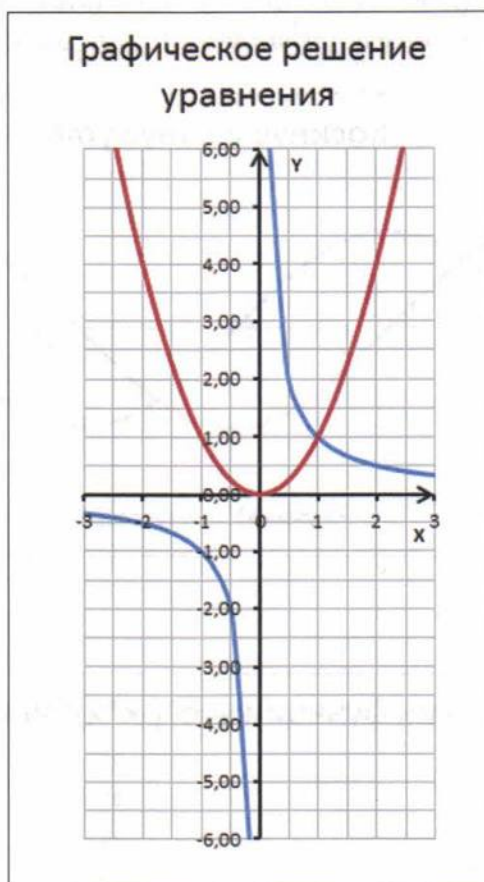


Рис. 5.25. Графическое решение уравнения

Задание 4

Постройте график функции, заданной системой уравнений:

$$\begin{cases} 0,8(x+4)^2, & x < -1; \\ 5|x| + 2, & -1 \leq x \leq 1; \\ 0,8(x-4)^2, & x > 1. \end{cases}$$

Диапазон значений аргумента для построения графика выберите самостоятельно.

Обратите внимание! При заполнении таблицы значений можно воспользоваться логической функцией ЕСЛИ.

Решение оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.

Задание 5

Постройте графики функций в декартовой системе координат:

- 1) $y = \sin(x)$ и $y = \cos(x)$ на одной диаграмме (рис. 5.26);
 - 2) $y = e^{-kx}\sin(wx)$, где $k = 0,5$, $w = 5$, на промежутке $[-6,3; 3]$ (рис. 5.27).
- Добавьте на лист элементы управления для выбора значений параметров.



Рис. 5.26. График 1

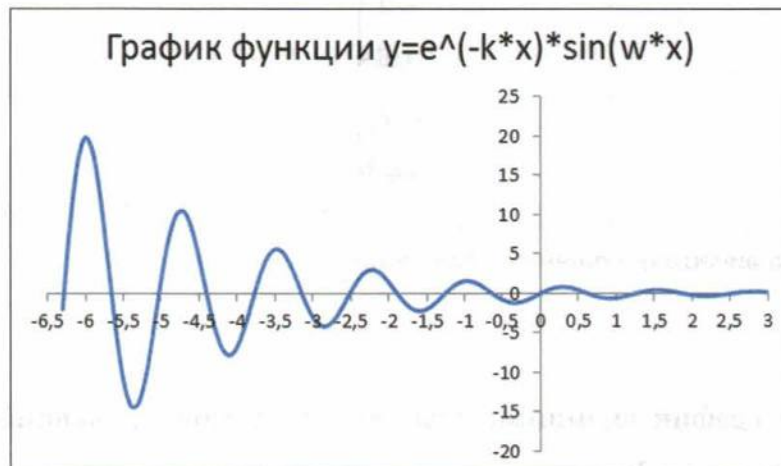


Рис. 5.27. График 2

Построения оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.

Задание 6

В математическом анализе часто используется такое описание переменных, когда их зависимость выражается через другую величину. Этот способ описания называют параметрическим, а дополнительную величину —

параметром. Например, если положение точки в пространстве, на плоскости или числовой прямой определяется моментом времени, в который фиксируют координаты, то время будет являться параметром, а координаты точки будут заданы параметрическими уравнениями: одним уравнением, если точка на прямой; двумя — если точка на плоскости; тремя — для описания положения точки в пространстве.

Примером является **циклоида**, которая описывает изменение положения точки на плоскости в зависимости от времени (**параметр t**) и задаётся **параметрическими уравнениями**:

$$x = r_1 \cdot t - r_2 \cdot \sin(t),$$

$$y = r_1 - r_2 \cdot \cos(t),$$

где t — меняющийся параметр, r_1 и r_2 — постоянные.

1. Определите ячейки для ввода:
 - значений r_1 и r_2 (для исследования величин достаточно взять числа из диапазона от 0 до 10);
 - начального $t_{\text{нач}}$ и конечного $t_{\text{кон}}$ значений параметра t (от 0 до 50);
 - количества точек построения (от 50 до 100).
2. Сформируйте значения для параметра t в соответствии с выбранным диапазоном.
3. Заполните диапазон значений для величин x и y .
4. По данным x и y постройте график (тип диаграммы — **Точечная с гладкими кривыми**).
5. Найдите в сети Интернет информацию о физическом смысле циклоиды и значении характеристик r_1 и r_2 .
6. Меняя параметры $t_{\text{нач}}$, $t_{\text{кон}}$, r_1 и r_2 , получите кривые разного вида (рис. 5.28–5.31).
7. Построения оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.

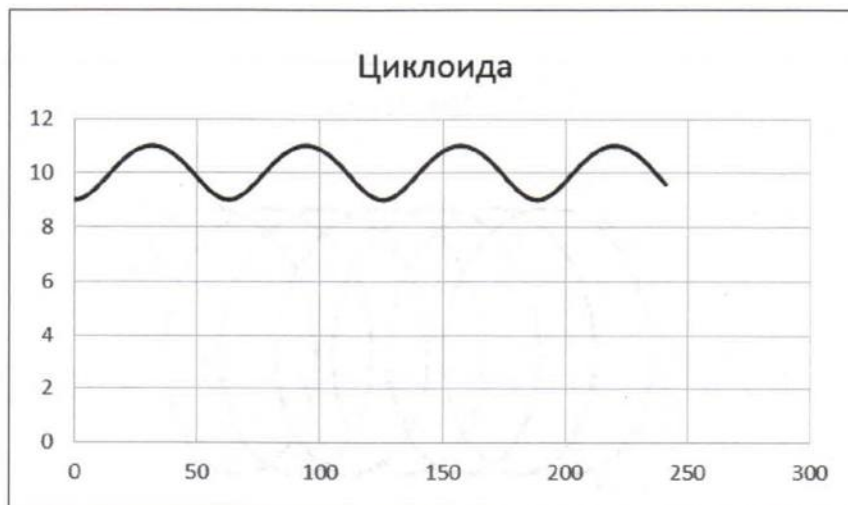


Рис. 5.28. Циклоида 1

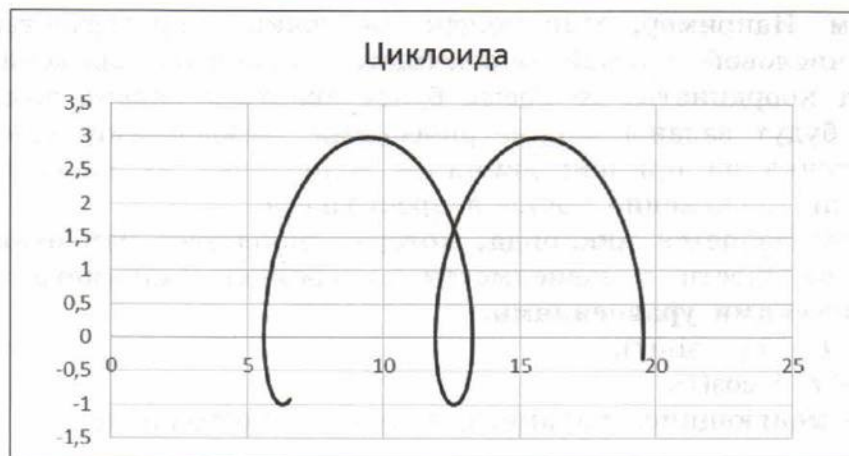


Рис. 5.29. Циклоида 2

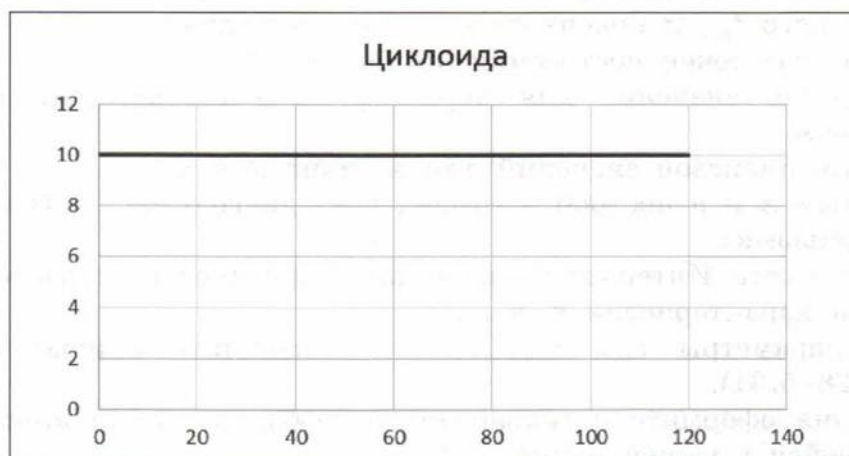


Рис. 5.30. Циклоида 3

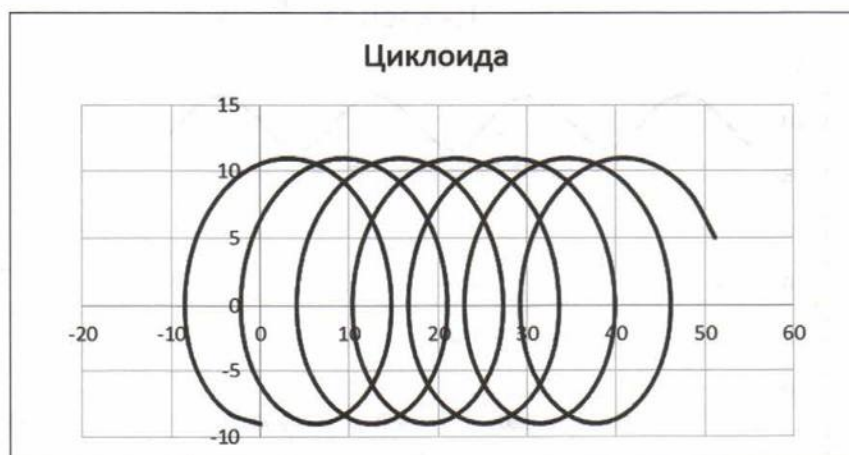


Рис. 5.31. Циклоида 4

Задание 7. Исследовательская работа

«Построение графиков замечательных кривых, заданных в полярной системе координат»

Основными понятиями полярной системы координат являются точка отсчёта (полюс) и луч, исходящий из этой точки (полярная ось). В полярной системе координат каждой точке на плоскости ставится в соответствие пара чисел $(r; t)$, где r — полярный радиус, а t — угол, образуемый полярным радиусом с полярной осью.

Перевод из полярной системы координат в декартову осуществляется по формулам:

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos(t); \\ y = r \cdot \sin(t); \end{cases}$$

где t — угол, в радианах.

Выберите одну или две из предложенных ниже кривых.

1. Спираль Архимеда: $r = a \cdot t$, где a — константа, а $t \in [0; 8\pi]$ (рис. 5.32).
2. Улитка Паскаля: $r = a - b \cdot \sin(t)$, где a, b — константы, а $t \in [0; 2\pi]$ (рис. 5.33).



Рис. 5.32. Спираль Архимеда
($a = 0,1$; $t \in [0; 8\pi]$)



Рис. 5.33. Улитка Паскаля
($a = 1$; $b = 2$; $t \in [0; 2\pi]$)

3. Роза Гвидо Гранди: $r = a \cdot \sin(k \cdot t)$, где a, k — константы ($k = \frac{n}{d}$, причём n и d — натуральные числа из диапазона $[1; 7]$), а $t \in [0; t_k]$. Значение t_k подберите самостоятельно (рис. 5.34).
4. N -лепестковая полярная роза: $r = a + b \cdot \cos(n \cdot t)$, где a, b, n — константы, а $t \in [0; 2\pi]$ (рис. 5.35).

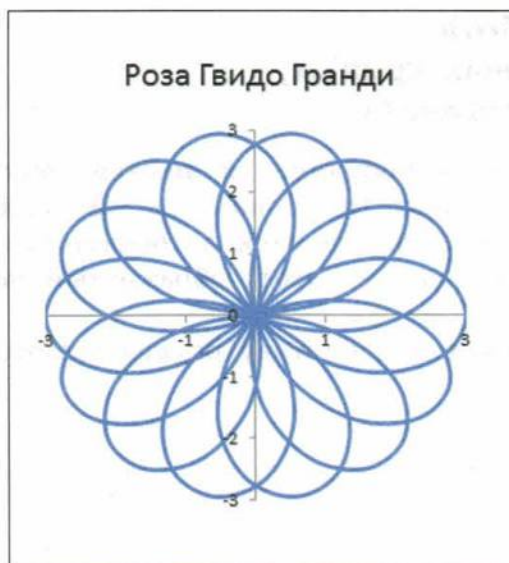


Рис. 5.34. Роза Гvido Гранди
($a = 3$; $n = 7$; $d = 4$; $t \in [0; 2\pi]$)

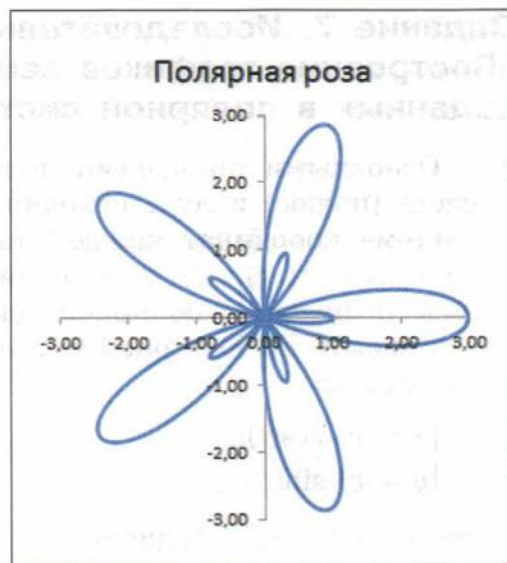


Рис. 5.35. Полярная роза
($a = 1$; $b = 2$; $n = 5$; $t \in [0; 2\pi]$)

5. Кривая Хабенихта:

$r = a + b \cdot \cos(n \cdot t) + c \cdot \cos^2(n \cdot t) + d \cdot \cos^4(n \cdot t)$,
где a, b, c, d и n — константы, а $t \in [0; 2\pi]$ (рис. 5.36).

6. Кривая Хабенихта:

$r = a + b \cdot \cos(n \cdot t) + c \cdot \sin^2(n \cdot t) + d \cdot \sin^4(n \cdot t)$,
где a, b, c, d и n — константы, а $t \in [0; 2\pi]$ (рис. 5.37).

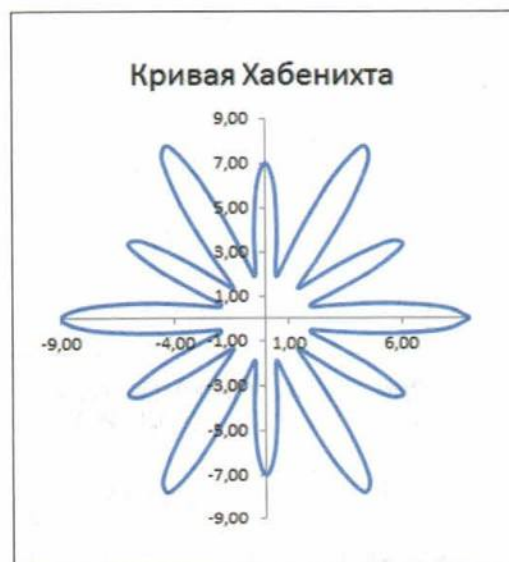


Рис. 5.36. Кривая Хабенихта
($a = 2$; $b = 1$; $c = 4$; $d = 2$;
 $n = 6$; $t \in [0; 2\pi]$)

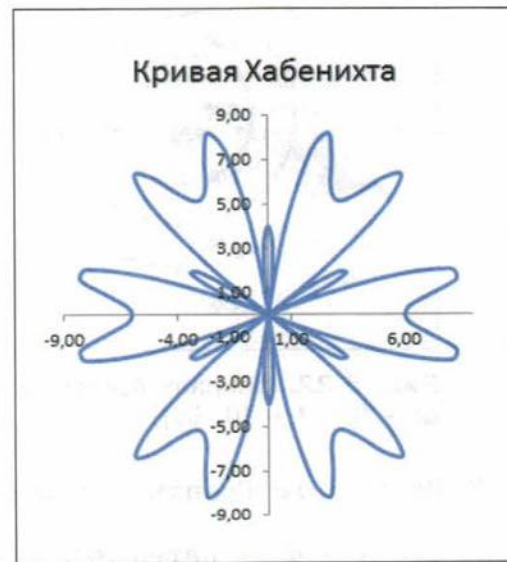


Рис. 5.37. Кривая Хабенихта
($a = 1$; $b = 5$; $c = 4$; $d = 3$;
 $n = 6$; $t \in [0; 2\pi]$)

Используя информационные источники, найдите историческую справку о кривой и о том, есть ли у неё применение в жизни (технике, физике или химии).

Постройте график выбранной кривой (тип диаграммы — **Точечная с гладкими кривыми**). Для более точного построения проведите расчёты для не менее чем 100 точек.

Шаг изменения угловой координаты вычислите по формуле $h = \frac{t_k}{k-1}$, где k — количество точек, t_k — конечное значение углового коэффициента.

Автоматизируйте процесс ввода, добавив на лист интерактивные элементы управления — полосы прокрутки для выбора значений констант, используемых в формуле.

Исследуйте изменение графика функции в зависимости от значений констант, входящих в формулу. Оформите результат исследования по своему усмотрению и подготовьте небольшое выступление по теме.

Построения оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.

Задание 8. Исследовательская работа «Построение фигур Лиссажу»

Незамкнутые траектории, прочерчиваемые точкой, совершающей одновременно два гармонических колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, получили название фигур Лиссажу.

Кривые Лиссажу задаются с помощью параметрических уравнений:

$$x = A \cdot \sin(n_1 \cdot t + d);$$

$$y = B \cdot \sin(n_2 \cdot t).$$

Здесь t — характеристика времени, A, B — амплитуды колебаний, n_1 и n_2 — частоты колебаний, d — сдвиг фаз. Аргумент функции $\sin$ измеряется в радианах, поэтому удобнее для параметра t выбрать диапазон от 0 до 2π .

Настройте таблицу для построения фигур Лиссажу и исследуйте влияние различных значений параметров n_1 , n_2 и d на кривую. Для этого выполните следующие действия.

1. Определите ячейки для ввода значений:

- n_1 и n_2 (для исследования вида кривой достаточно взять числа из диапазона от 0 до 20);
- d (от 0 до 2π).

2. Сформируйте значения для параметра t (не менее 50 значений из диапазона от 0 до 2π).

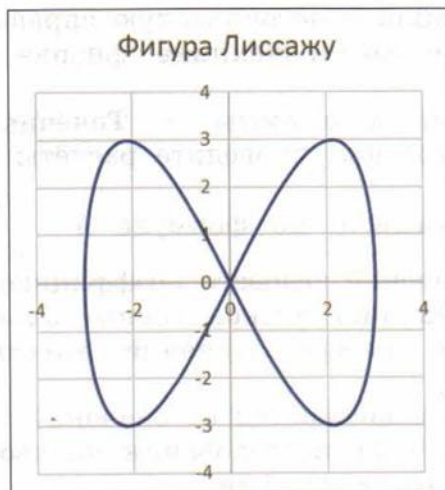
3. Заполните диапазон значений для величин x и y , выполняя вычисления по параметрическим уравнениям.

4. По данным x и y постройте график (тип диаграммы — **Точечная с гладкими кривыми**).

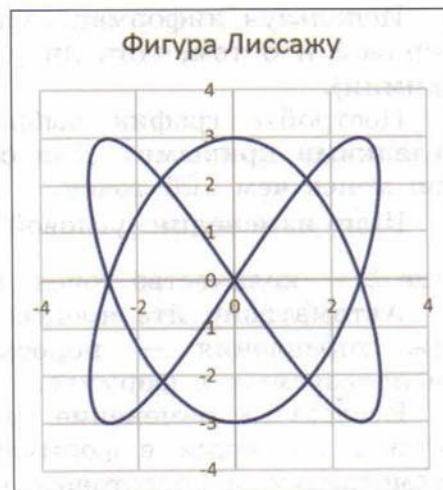
Примеры фигур Лиссажу приведены на рис. 5.38.

5. Исследуйте, как меняется вид кривой при разных значениях n_1 , n_2 , d . Объясните, почему при $n_1 = 1$, $n_2 = 2$ и $n_1 = 2$, $n_2 = 4$ получаются одинаковые кривые.

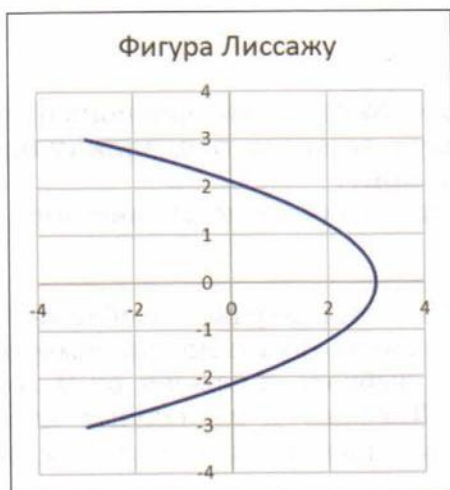
6. Построения оформите и сохраните на свободном листе книги **Graph.xlsx**, находящейся в вашей папке.



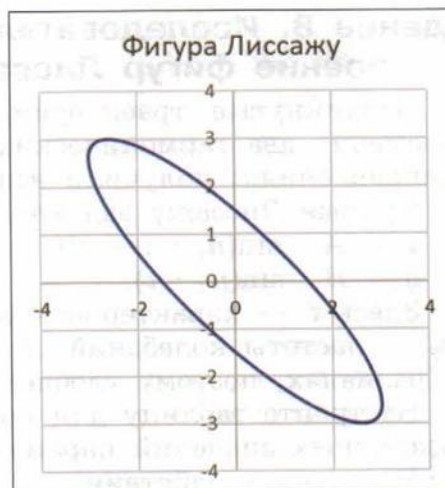
$$n_1 = 1; n_2 = 2; A = 3; B = 3; d = 0$$



$$n_1 = 2; n_2 = 3; A = 3; B = 3; d = 0$$



$$n_1 = 2; n_2 = 1; A = 3; B = 3; d = 1,6$$



$$n_1 = 1; n_2 = 1; A = 3; B = 3; d = 2,6$$

Рис. 5.38. Фигуры Лиссажу

Работа 5.7

Подбор параметра

Задание 1

Господин И. И. Иванов планирует за год накопить S руб., открыв счёт в банке и делая ежемесячно дополнительные взносы, равные по сумме.

Банк предложил господину Иванову следующие условия по депозиту:

- первоначальный взнос не менее 5000 руб.;
- срок вклада 12 месяцев;